

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники

Кафедра автоматизированных систем управления

**НЕКОРРЕКТНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**  
Методические указания по самостоятельной работе студентов

Уровень основной образовательной программы – аспирантура

Направление – 09.06.01. Информатика и вычислительная техника

Профиль – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Томск-2018

**Мицель А.А.**

**Некорректные задачи математической физики.** Методические указания по самостоятельной работе студентов по направлению подготовки 09.06.01. – Информатика и вычислительная техника, обучающихся по аспирантской программе *Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ* / А.А. Мицель. – Томск: ТУСУР, 2018. – 9 с.

Методические указания разработаны в соответствии с решением кафедры автоматизированных систем управления

Составитель: профессор А.А. Мицель

Методические указания утверждены на заседании кафедры автоматизированных систем управления 17 мая 2018 г., протокол № 5

© ТУСУР, каф. АСУ

© Мицель А.А.

**СОДЕРЖАНИЕ**

1. Общие рекомендации	4
2. Место дисциплины в структуре ООП	4
3. Требования к результатам освоения дисциплины	4
4. Содержание дисциплины	5
4.1 Теоретический материал	5
4.2 Практические работы	6
5. Темы для самостоятельного изучения	5
6. Методические рекомендации по самостоятельному изучению материала	7
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	7

## 1 ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Дисциплина «Некорректные задачи математической физики» относится к вариативной части дисциплин (дисциплины по выбору), задачей которой является формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков решения обратных задач из различных областей знаний, моделирования сложных систем с использованием математических пакетов и компьютерных программ, написанных на языках высокого уровня.

**Предметом изучения** в рассматриваемой дисциплине являются математические модели обратных задач.

**Цель дисциплины** - ознакомление студентов с классическими и неклассическими моделями в области математического моделирования технических, физических и социально-экономических систем.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Дисциплина «Некорректные задачи математической физики» (НЗМФ) относится к числу дисциплин по выбору. Успешное овладение дисциплиной предполагает предварительные знания математического анализа, вычислительных методов, методов оптимизации в объеме, предусмотренном соответствующими специальностями магистратуры, а также навыки программирования на языках высокого уровня.

## 3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины «Некорректные задачи математической физики» направлен на формирование следующих компетенций:

**профессиональные компетенции (ПК):**

- способность разработки и применения комплексов программ компьютерного моделирования физических процессов, технических объектов и систем управления (ПК-3);
- способность применять теоретические знания, умения и навыки использования средств компьютерного моделирования при исследовании технических объектов и систем управления (ПК-4)

**В результате изучения дисциплины студент должен:**

**Знать:**

- классические и неклассические методы обработки экспериментальных данных;
- методы построения устойчивых алгоритмов решения обратных задач и задач параметрической идентификации динамических систем.

**Уметь:**

- пользоваться разработанными моделями для формализации и решения различных технических и социально-экономических задач;

***Владеть:***

- математическим аппаратом построения устойчивых моделей обратных задач и задач параметрической идентификации;
- математическими пакетами обработки данных Mathcad и Matlab.

## **4 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **4.1 Теоретический материал**

**Тема 1. ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ.** Примеры обратных задач. Численная аппроксимация дифференциальных и интегральных уравнений. Параметрические модели динамических систем.

**Тема 2. НЕКОРРЕКТНО ПОСТАВЛЕННЫЕ ЗАДАЧИ.** Прямые и обратные задачи. Некорректно поставленные задачи. Корректность по Тихонову. Вырожденные СЛАУ и нормальное решение. Несовместные СЛАУ и псевдорешение. Плохо обусловленные СЛАУ и число обусловленности. Сингулярное разложение матрицы. SVD-алгоритм построения нормального псевдорешения. Сингулярный анализ СЛАУ.

**Тема 3. ОПТИМАЛЬНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ РЕГУЛЯРИЗИРУЮЩИЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ СЛАУ.** Байесовский регуляризирующий алгоритм. Минимаксный регуляризирующий алгоритм

**Тема 4. СТАТИСТИЧЕСКИЕ РЕГУЛЯРИЗИРУЮЩИЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ СЛАУ ПРИ НЕПОЛНОЙ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ.** Неполная информация и сглаживающий функционал. Гладкость решения и стабилизирующий функционал. Систематическая и случайная ошибки решения

**Тема 5. АЛГОРИТМЫ ВЫБОРА ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ.** Критерий оптимальности регуляризирующего алгоритма. Выбор параметра регуляризации на основе критерия оптимальности. Алгоритм выбора параметра по критерию оптимальности регуляризирующего алгоритма. Алгоритм выбора параметра по статистическому варианту принципа невязки. Выбор параметра методом перекрестной значимости. Сравнение различных алгоритмов выбора параметра регуляризации. Построение доверительных интервалов для регуляризованного решения. Точностные характеристики регуляризирующих алгоритмов решения СЛАУ. Случайная и систематическая погрешности решения.

**Тема 6. РЕКУРРЕНТНЫЕ РЕГУЛЯРИЗИРУЮЩИЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ СЛАУ.** Рекуррентный регуляризирующий алгоритм. Точностные характеристики рекуррентного регуляризирующего алгоритма

**Тема 7. ЛОКАЛЬНЫЙ РЕГУЛЯРИЗИРУЮЩИЙ АЛГОРИТМ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ.** Глобальные и локальные регуляризирующие алгоритмы. Построение локального регуляризирующего алгоритма с векторным параметром регуляризации. Выбор параметров локального регуляризирующего алгоритма

**Тема 8. ДЕСКРИПТИВНЫЙ РЕГУЛЯРИЗИРУЮЩИЙ АЛГОРИТМ.** Глобальный дескриптивный регуляризирующий алгоритм.

## **4.2. Практические работы**

### **Темы практических работ**

**Тема 1.** Построение нормального псевдорешения СЛАУ

**Тема 2.** Построение регуляризованного решения СЛАУ

**Тема 3.** Алгоритмы выбора параметра регуляризации

**Тема 4** Локальная регуляризация

## **5. ТЕМЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ**

5.1 Точностные характеристики регуляризирующих алгоритмов

5.2 Рекуррентные регуляризирующие алгоритмы решения СЛАУ

5.3 Локальный регуляризирующий алгоритм параметрической идентификации

5.4 Дескриптивный регуляризирующий алгоритм параметрической идентификации

5.5 Математический пакет Mathcad и MatLab

5.6 Исследование возможности применения устойчивых алгоритмов для решения исследуемой научной задачи магистранта.

## **6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ ИЗУЧЕНИЮ МАТЕРИАЛА**

По первым пяти темам курса на лекциях дается подробное изложение материала, однако формулы приводятся без вывода. Студенты должны самостоятельно вывести формулы и отчитаться на очередном занятии.

По 6, 7 и 8 темам курса (эти темы предложены для самостоятельного изучения (см. темы 5.1, 5.2, 5.3, 5.4)) на лекциях дается беглый обзор, отмечаются ключевые моменты. Студентам предлагается детально разобраться в материале, составить конспект и отчитаться на очередном занятии.

Темы 5.5 и 5.6 изучаются студентами с целью выполнения практических работ с помощью математического пакета MathCad или MatLab.

Тема 5.7 связана с возможностью использования изучаемой дисциплины для решения конкретной научной задачи студента.

## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### 7.1. основная литература

1. Воскобойников Ю.А., Мицель А.А. Некорректные задачи математической физики. Часть 1. Лекционный курс: учебное пособие/ Ю. Е. Воскобойников, А.А. Мицель/ Томский гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). – Томск, 2018. – 126 с. / <http://asu.tusur.ru/learning/books/b14.pdf> (электронный ресурс каф. АСУ ТУСУР)
2. Некорректные задачи математической физики. Часть 2. Практикум: учебное пособие/ Ю. Е. Воскобойников, А.А. Мицель/ Томский гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). – Томск, 2018. – 36с. / <http://asu.tusur.ru/learning/books/b15.pdf> (электронный ресурс каф. АСУ ТУСУР)

### 7.2. дополнительная литература

1. Воскобойников Ю.Е. Устойчивые методы и алгоритмы параметрической идентификации. Новосибирск: НГАСУ, 2006. –180с. (3 экз.)
2. Пантелеев А. В.. Методы оптимизации в примерах и задачах. Учебное пособие для вузов / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - 2-е изд., испр. . - М. : Высшая школа, 2005. - 544 с. ( 71 экз.) (наличие в библиотеке ТУСУР - 71 экз.)
3. Методы оптимизации: Учебное пособие / Мицель А. А., Шелестов А. А., Романенко В. В. - 2017. 198 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/7045>, дата обращения: 20.05.2018.

### 7.3. Лицензионное программное обеспечение

*Математический пакет Mathcad, математический пакет MatLab*

### 7.4. Internet-ресурсы:

1. <http://www.intuit.ru/department/se/devis/>
2. <http://www.mathnet.ru.ru/> - общероссийский математический портал
3. <http://onlinelibrary.wiley.com> - научные журналы издательства Wiley&Sons
4. <http://www.sciencedirect.com/> - научные журналы издательства Elsevier

## 8. ВОПРОСЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

1. Что понимают в математической физике под прямыми и обратными задачами?
2. Какими уравнениями описывается радиоактивный распад веществ?
3. В чем заключается обратная задача радиоактивного распада веществ?
4. Какими уравнениями описываются химическая реакция веществ?
5. Приведите постановки обратных задач химической кинетики.

6. Запишите модель ускоренного движения материальной частицы под действием силы.
7. В чем заключается обратная задача ускоренного движения частицы под действием силы
8. Запишите модель измерительной задачи.
9. В чем заключается обратная задача об искажающем влиянии прибора?
10. Запишите модель касательного зондирования аэрозоля верхней атмосферы
11. Какие постановки обратных задачи касательного зондирования аэрозоля верхней атмосферы вам известны?
12. Запишите численную аппроксимацию задачи радиоактивного распада одного вещества.
13. Запишите численную аппроксимацию задачи радиоактивного распада нескольких веществ.
14. Запишите численную аппроксимацию задачи химической кинетики с использованием схемы Рунге Кутты первого порядка
15. Запишите численную аппроксимацию задачи химической кинетики с использованием схемы Рунге Кутты второго порядка
16. Запишите численную аппроксимацию задачи об ускоренном движении материальной точки
17. Запишите численную аппроксимацию интегрального уравнения с использованием формулы прямоугольников.
18. Запишите численную аппроксимацию интегрального уравнения с использованием формулы трапеций.
19. Запишите численную аппроксимацию интегрального уравнения с использованием формулы Симпсона.
20. Назовите условия корректности задачи по Адамару
21. Дайте определение корректности по Тихонову и укажите множество корректности
22. Запишите множественную регрессионную модель
23. Запишите регрессионную модель временного ряда
24. Запишите модель динамических систем в пространстве состояний
25. Что понимают под вырожденной системой линейных алгебраических уравнений?
26. Что понимают под нормальным решением?
27. Какая система называется несовместной?
28. Что является решением несовместной системы?
29. Дайте определение псевдообратной матрицы
30. Как определяют число обусловленности матрицы?
31. Приведите свойства числа обусловленности матрицы
32. Какие системы называют плохо обусловленными?
33. Как выполняется сингулярное разложение матрицы?
34. Какими свойствами обладает сингулярное разложение матрицы?
35. Приведите SVD-алгоритм построения нормального псевдорешения.
36. Запишите псевдорешение в терминах SVD-разложения
37. Опишите Байесовский регуляризирующий алгоритм построения нормального псевдорешения СЛАУ.
38. Запишите ошибку решения, полученного Байесовским регуляризирующим алгоритмом.
39. Опишите минимаксный регуляризирующий алгоритм построения нормального псевдорешения СЛАУ.
40. Опишите оптимальный регуляризирующий SVD-алгоритм построения нормального псевдорешения СЛАУ.



41. Неполная информация и сглаживающий функционал.
42. В чем суть метода рандомизации построения решения СЛАУ.
43. Гладкость решения и стабилизирующий функционал
44. Как вычисляются систематическая и случайная ошибки регуляризованного решения  $\varphi_\alpha$  ?.
45. Как связан параметр регуляризации с погрешностью правой части?
46. В чем состоит суть метода выбора параметра регуляризации по критерию оптимальности?
47. Запишите статистику критерия оптимальности.
48. В чем суть метода выбора параметра регуляризации по статистическому варианту принципа невязки?
49. В чем состоит суть метода перекрестной значимости выбора параметра регуляризации?
50. Как вычисляются числовые характеристики ошибок регуляризованного решения?
51. Как построить доверительные интервалы для решения  $\bar{\varphi}^+$  ?
52. Точностные характеристики регуляризирующих алгоритмов.
53. В чем преимущество рекуррентного алгоритма?
54. Приведите рекуррентные соотношения для вычисления регуляризованного решения
55. Что характеризует величина  $U_b^{(n)}$  ?
56. Что характеризует величина  $U_\xi^{(n)}$  ?
57. В чем заключается противоречие между  $U_b^{(n)}$  и  $U_\xi^{(n)}$  ?
58. В чем состоит суть глобальной и локальной регуляризации?
59. Запишите локальный регуляризирующий алгоритм с векторным параметром регуляризации?
60. Как осуществляется выбор параметров локального регуляризирующего алгоритма?
61. В чем суть глобального дескриптивного регуляризирующего алгоритма?
62. Сформулируйте задачу квадратичного программирования для поиска глобального дескриптивного решения
63. Сформулируйте эквивалентную двойственную задачу квадратичного программирования для поиска глобального дескриптивного решения
64. Запишите глобальное дескриптивное регуляризованное решение
65. Сформулируйте задачу квадратичного программирования для поиска локального дескриптивного решения