

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники

Кафедра автоматизированных систем управления

**МЕТОДЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ В
ЕСТЕСТВЕННЫХ И ГУМАНИТАРНЫХ НАУКАХ**

Методические указания по самостоятельной работе студентов

Уровень основной образовательной программы – магистратура

Направление – 01.04.02. Прикладная математика и информатика

Профиль – Компьютерное моделирование в задачах экологии и
техносферной безопасности

Томск-2022

Мицель А.А.

Методы прикладной математики в естественных и гуманитарных науках. Методические указания по самостоятельной работе студентов по направлению подготовки 01.04.02. – Прикладная математика и информатика, обучающихся по магистерской программе *Компьютерное моделирование в задачах экологии и техносферной безопасности* / А.А. Мицель. – Томск: ТУСУР, 2022. – 9 с.

Методические указания разработаны в соответствии с решением кафедры автоматизированных систем управления

Составитель: профессор А.А. Мицель

Методические указания утверждены на заседании кафедры автоматизированных систем управления № 11 от “14” октября 2021

© ТУСУР, каф. АСУ

© Мицель А.А.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|---|
| 1. Общие рекомендации | 4 |
| 2. Место дисциплины в структуре ООП | 4 |
| 3. Требования к результатам освоения дисциплины | 4 |
| 4. Содержание дисциплины | 5 |
| 4.1 Теоретический материал | 5 |
| 4.2 Практические работы | 6 |
| 5. Темы для самостоятельного изучения | 5 |
| 6. Методические рекомендации по самостоятельному изучению материала | 7 |
| 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины | 7 |
| 8. Вопросы для контроля знаний | 7 |

1 ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Дисциплина «Методы прикладной математики в естественных и гуманитарных науках» относится к обязательной части дисциплин, задачей которой является формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков решения обратных задач из различных областей знаний, моделирования сложных систем с использованием математических пакетов.

Предметом изучения в рассматриваемой дисциплине являются математические модели обратных задач.

Цель дисциплины - ознакомление студентов с классическими и неклассическими моделями в области математического моделирования технических, физических и социально-экономических систем.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Дисциплина «Методы прикладной математики в естественных и гуманитарных науках» относится к числу обязательных дисциплин. Успешное овладение дисциплиной предполагает предварительные знания математического анализа, вычислительных методов, методов оптимизации в объеме, предусмотренном соответствующими специальностями бакалавриата, а также навыки программирования в математическом пакете Mathcad.

3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины «Методы прикладной математики в естественных и гуманитарных науках» направлен на формирование следующих компетенций:

универсальные компетенции (УК):

- способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий (УК-1)

общепрофессиональные компетенции (ОПК)

- способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики (ОПК-1);
- способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач (ОПК-2)

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать

- особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ;
- теоретические основы численных методов, погрешности вычислений, устойчивость и сложность алгоритма (по памяти, по времени счета);

- численные методы линейной алгебры;
- решение нелинейных уравнений и систем;
- численное интегрирование и дифференцирование;
- методы приближения функции;
- методы решения дифференциальных уравнений;
- методы решения интегральных уравнений;

Уметь

- строить алгоритмы реализации численных методов решения прикладных программ;
- разрабатывать программы, реализующие численные методы.

Владеть

- навыками применения базового инструментария численных методов для решения прикладных задач;
- методикой построения, анализа и применения численных моделей в профессиональной деятельности.

4 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Теоретический материал

Тема 1. Погрешности вычислений. Источники погрешностей. Понятие приближенного числа. Абсолютная и относительная погрешности. Верные цифры числа. Связь относительной погрешности с количеством верных знаков числа. Погрешность суммы, разности, произведения, частного, степени. Общая формула для погрешности функции. Обратная задача теории погрешности.

Тема 2. Приближенное решение нелинейных уравнений с одной переменной. Локализация корней; обусловленность задачи вычисления корня. Методы нахождения корней: перебора, бисекции (метод дихотомии); метод Ньютона; модификации метода Ньютона (упрощенный метод Ньютона, хорд, секущих, метод Стеффенсена); комбинированный метод; метод итераций

Тема 3. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Постановка задачи. Нормы векторов и матриц; абсолютная и относительная погрешность векторов. Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений. Прямые методы решения СЛАУ: метод Гаусса (схема единственного деления, схема с выбором главного элемента по столбцу). Итерационные методы решения СЛАУ: метод простой итерации, метод Зейделя. Сходимость итерационных процессов. Погрешности итерационных процессов. Решение переопределенной СЛАУ методом наименьших квадратов. Вычисление обратной матрицы.

Тема 4. Решение систем нелинейных уравнений. Постановка задачи; локализация корней. Метод Ньютона; модифицированный метод Ньютона; упрощенный метод Ньютона. Метод итерации. Условия сходимости метода итераций.

Тема 5. Приближение функций. Постановка задачи. Интерполяция обобщенными многочленами. Полиномиальная интерполяция, многочлен Лагранжа. Погрешность интерполяции. Минимизация погрешности. Интерполяционная формула Ньютона для равномерной сетки. Формула Ньютона для неравномерной сетки. Приближение сплайнами. Линейные, параболические, кубические сплайны.

Тема 6. Численное дифференцирование функций. Постановка задачи. Простейшие формулы численного дифференцирования: вычисление первой производной, вычисление второй производной. Общий способ получения формул численного дифференцирования. Погрешности дифференцирования.

Тема 7. Численное интегрирование функций. Понятие о квадратурных формулах. Формулы Ньютона-Котеса. Формулы трапеций, Симпсона, Гаусса, прямоугольников. Погрешность квадратурных формул. Правило Рунге оценки погрешности квадратурных формул.

Тема 8. Методы минимизации функций одной переменной. Математическая постановка задачи. Унимодальность и основные свойства унимодальных функций. Глобальная и асимптотическая сходимость. Методы исключения интервалов: равномерного поиска, дихотомии, Фибоначчи, золотого сечения, метод ломанных. Полиномиальная аппроксимация и методы точечного оценивания. Методы оптимизации с использованием производных. Сравнительные оценки методов.

4.2. Практические работы

Темы практических работ

Тема 1. Нахождение нулей функций с одной переменной

Тема 2. Численные методы решения задач линейной алгебры

Тема 3. Численные методы решения систем нелинейных уравнений

Тема 4. Методы приближения функций

Тема 5. Численное дифференцирование функций

Тема 6. Численное интегрирование (формулы прямоугольников, формулы трапеций, Симпсона)

Тема 7. Численные методы поиска минимума функции одной переменной

5. ТЕМЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ

5.1 Погрешности вычислений.

5.2 Модификации метода Ньютона поиска корней нелинейного уравнения с одной переменной

5.3 Метод ортогонализации решения систем линейных алгебраических уравнений.

5.4 Приближение сплайнами. Линейные, параболические, кубические сплайны.

5.5 Решение переопределенной СЛАУ методом наименьших квадратов.

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ ИЗУЧЕНИЮ МАТЕРИАЛА

По всем темам курса на лекциях дается краткое изложение материала, формулы приводятся без вывода. Студенты должны самостоятельно вывести формулы и отчитаться на очередном занятии.

Темы 5.1, 5.2 и 5.3 изучаются студентами с целью выполнения практических работ с помощью математического пакета MathCad или MatLab.

Тема 5.4 связана с возможностью использования изучаемой дисциплины для решения конкретной научной задачи студента.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. основная литература

1. Мицель А.А. Вычислительные методы. Учебное пособие. – Томск: ЭльКонтент, 2013.– 198 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://asu.tusur.ru/learning/090301/d21/090301-d21-lect.pdf>

7.2. дополнительная литература

1. Пантелеев А. В.. Методы оптимизации в примерах и задачах. Учебное пособие для вузов / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - 2-е изд., испр. . - М. : Высшая школа, 2005. - 544 с. (71 экз.) (наличие в библиотеке ТУСУР - 71 экз.)
2. Методы оптимизации: Учебное пособие / Мицель А. А., Шелестов А. А., Романенко В. В. - 2017. 198 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/7045> , дата обращения: 20.05.2018.

7.3 Учебно-методические пособия

1. Мицель А. А. Методы прикладной математики в естественных и гуманитарных науках: методические указания по выполнению практических работ для студентов направления подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика», профиль «Компьютерное моделирование в задачах экологии и техносферной безопасности». – Томск: ФДО ТУСУР, 2020. – 86 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://asu.tusur.ru/learning/books/b21.pdf>

7.4. Лицензионное программное обеспечение

Математический пакет Mathcad, математический пакет MatLab

7.5. Internet-ресурсы:

1. <http://www.intuit.ru/department/se/devis/>
2. <http://www.mathnet.ru/> - общероссийский математический портал
3. <http://onlinelibrary.wiley.com> - научные журналы издательства Wiley&Sons
4. <http://www.sciencedirect.com/> - научные журналы издательства Elsevier

8. ВОПРОСЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

1. Приближенные числа
2. Погрешности арифметических действий
3. Метод дихотомии поиска корня уравнения
4. Метод Ньютона поиска корня уравнения

5. Метод хорд поиска корня уравнения
6. Метод итераций поиска корня уравнения
7. Нормы векторов и матриц
8. Абсолютная и относительная погрешности векторов
9. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений
10. Метод простой итерации решения системы линейных алгебраических уравнений
11. Метод Зейделя решения системы линейных алгебраических уравнений
12. Решение переопределенной системы линейных уравнений
13. Вычисление обратной матрицы
14. Полиномиальная интерполяция. Многочлен Лагранжа
15. Погрешность интерполяции
16. Интерполяционная формула Ньютона для равномерной сетки
17. Интерполяционная формула Ньютона для неравномерной сетки
18. Простейшие формулы численного дифференцирования
19. Общий способ получения формул численного дифференцирования
20. Численное дифференцирование на основе кубических сплайнов
21. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса
22. Формула трапеций
23. Формула Симпсона
24. Формула прямоугольников
25. Правило Рунге оценки погрешности квадратурных формул
26. Оптимизаций функций. Основные понятия и определения
27. Классификация задач оптимизации
28. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Скалярный случай
29. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Векторный случай
30. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Минимизация при ограничениях
31. Характеристики алгоритмов оптимизации
32. Прямые методы оптимизации
33. Поиск минимума функции на основе квадратичной аппроксимации
34. Метод Пауэлла поиска минимума функции
35. Методы поиска минимума функции с использованием производных